ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021 (2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021 (2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021 (2022)

ගණිතය	I
கணிதம்	I
Mathematics	I

07 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය	- මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம்	**- 10 நிமிடங்கள்**
Additional Reading Time	- 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

* இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் **1 - 10**), **பகுதி B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
* **பகுதி A :**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* **பகுதி B :**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் **பகுதி B** ஐ மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(07) கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	**1**	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	**11**	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
பரிசீலித்தவர்: 2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. $A = \{x \in \mathbb{R} : |x+2| < 4\}$ எனவும் $B = \{x \in \mathbb{R} : |x+1| \geq 5\}$ எனவும் கொள்வோம். $A \cap B, A \cap B', A' \cup B$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

2. A, B ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். $A \cup (A \cup B')' = A \cup B$ எனக் காட்டுக.

$A \cup B$, $(A \cup B')'$ ஆகிய தொடைகளை இரு வென் வரிப்படங்களில் வேறுவேறாக வகைகுறிக்க.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

1411

3. கூட்டு எடுப்பு $(p \wedge \sim q) \Rightarrow r$ உம் கூட்டு எடுப்பு $(\sim p \vee q) \vee r$ உம் தருக்கரீதியாகச் சமவலுவுள்ளனவெனக் காட்டுக.

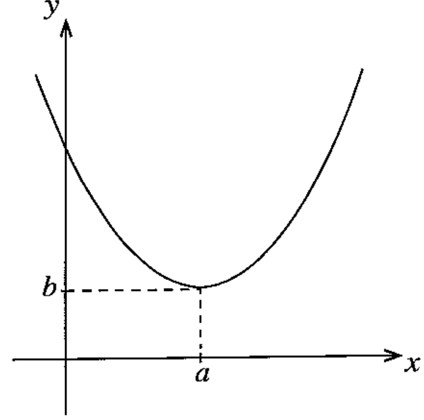
4. $m, n \in \mathbb{Z}$ எனக் கொள்வோம். எதிர்மறுப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி, $m(n^2 + 2n)$ ஒற்றையெனின், m, n ஆகிய இரண்டும் ஒற்றையென நிறுவுக.

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

5. அடி மாற்றச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி, $\log_{x^2} 4 = \frac{1}{2}\log_x 4$ எனக் காட்டுக.
இதிலிருந்து, x இற்குச் சமன்பாடு $\log_x 4 + \log_{x^2} 4 = 3$ ஐத் தீர்க்க.

6. சமனிலி $\frac{x-6}{2-x} \leq x$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

7. $f(x)=2(x-2)^2+3$ இன் வரைபு வரிப்படத்திற் காட்டப்பட்டுள்ளது. a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களையும் f இன் வீச்சையும் எழுதுக.
$x \leq k$ மீது f இற்கு ஒரு நேர்மாறு சார்பு இருக்குமாறு k இன் மிகப் பெரிய பெறுமானத்தைக் குறிப்பிடுக.
k இன் இப்பெறுமானத்திற்கு $f^{-1}(x)$ ஐக் காண்க.



8. $A \equiv (3, 6)$ எனவும் $B \equiv (-5, 2)$ எனவும் கொள்வோம். AB இன் செங்குத்து இருகூறாக்கி l இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.
உற்பத்தியிலிருந்துள்ள தூரம் 1 அலகாக இருக்கத்தக்கதாக l மீது உள்ள புள்ளிகளின் x–ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

9. ஒரு கோள பலூன் விரிகின்றது. நேரம் t செக்கனில் அதன் ஆரை r cm ஆகும். அதன் கனவளவு ஒரு மாறா வீதம் $2\ \text{cm}^3\ \text{s}^{-1}$ இல் அதிகரிக்கின்றது. $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2\pi r^2}$ எனக் காட்டுக.

$r = 8$ ஆக இருக்கும்போது பலூனின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு வீதம் $0.5\ \text{cm}^2\ \text{s}^{-1}$ இல் அதிகரிக்கின்றது எனவும் காட்டுக.

10. $y = x^4 - 1$, $y = 1 - x^2$ ஆகிய வளையிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

ගණිතය I
கணிதம் I
Mathematics I

07 T I

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) ஒரு விளையாட்டுக் கழகத்திற் சேர்வதற்கு விளையாட்டு வீரர் இரு உடல் தகுதிச் சோதனைகளில் தேறுதல் வேண்டும். 120 விளையாட்டு வீரர்கள் இவ்விரு தகுதிச் சோதனைகளையும் எதிர்நோக்கினர். முதற் சோதனையில் தேறிய விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கை இரு சோதனைகளிலும் தேறிய விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கையின் மும்மடங்காக இருக்கும் அதே வேளை இரண்டாம் சோதனையில் தேறிய விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கை இரு சோதனைகளிலும் தவறிய விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கையின் இருமடங்காகும். ஒரு சோதனையில் மாத்திரம் தேறிய விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கை 75 ஆகும்.

(i) இரு சோதனைகளிலும் தவறிய

(ii) இரு சோதனைகளிலும் தேறிய

(iii) முதற் சோதனையில் தேறிய

விளையாட்டு வீரர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(*b*) மெய்நிலை அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தி, பின்வரும் கூட்டு எடுப்புகள் ஒவ்வொன்றும் புனருத்தியா, எதிர்மறுப்பா எனத் துணிக.

(i) $\sim(p \rightarrow q) \vee (\sim p \vee (p \wedge q))$

(ii) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (p \wedge \sim r)$

12. (*a*) **கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப்** பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும்

$$\sum_{r=1}^{n}\left(6r^2+1\right) = n\left(2n^2+3n+2\right)$$ என நிறுவுக.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \dfrac{3}{(3r-1)(3r+2)}$ எனக் கொள்வோம்.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \dfrac{1}{3r-1} - \dfrac{1}{3r+2}$ என வாய்ப்புப் பார்க்க.

$n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{2} - \frac{1}{3n+2}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} U_{r+1} = \frac{1}{5}$ என **உய்த்தறிக.**

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

13. (*a*) $k\left(\neq -\frac{1}{2}\right)$ ஒரு மெய்ம் மாறிலியெனக் கொள்வோம்.

இருபடிச் சமன்பாடு $(2k+1)x^2 - 2x - k = 0$ இற்கு வேறுவேறான மெய்ம் மூலங்கள் உண்டெனக் காட்டுக.

$p = 2\alpha + \beta$ எனவும் $q = \alpha + 2\beta$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு α, β ஆகியன மேற்குறித்த சமன்பாட்டின் மூலங்களாகும்.

$p+q$, pq ஆகியவற்றை k இல் எடுத்துரைத்து, p, q ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(*b*) $p(x) = x^4 + 5x + a$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு a ஒரு மெய்ம் மாறிலி.

$p(x)$ ஆனது $x^2 - x + 3$ இனால் வகுக்கப்படுமெனின், a இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு $p(x)$ ஐ முழுமையாகக் காரணிப்படுத்துக.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு $p(x) = 0$ இன் எல்லா மெய்ம் மூலங்களையும் காண்க.

14. (*a*) $k \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். x இன் ஏறு வலுக்களில் $(k+x)^8$ இன் விரியில் உள்ள முதல் 4 உறுப்புகளையும் k இற் காண்க.

இவ்விரியில் x^2, x^3 ஆகியவற்றின் குணகங்கள் சமமெனத் தரப்படும்போது k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(*b*) ஒரு கம்பனி 2020 ஆம் ஆண்டில் ரூ. 20 000 000 இலாபத்தை உழைத்தது. இலாபங்களை அதிகரிக்கச் செய்வதற்குக் கம்பனி திட்டம் A, திட்டம் B என்னும் இரு திட்டங்களைக் கருதிப் பார்த்தது. திட்டம் A இன் கீழ் ஒவ்வோர் ஆண்டிலும் ஆண்டு இலாபம் முந்திய ஆண்டின் இலாபத்தின் 5% இனால் அதிகரித்தல் வேண்டும். இத்திட்டத்தின் கீழ் 2020 தொடக்கம் 2029 வரையுள்ள 10 ஆண்டுகளுக்கான மொத்த இலாபத்தைக் காண்க.

திட்டம் B இன் கீழ் ஒவ்வோர் ஆண்டிலும் ஆண்டு இலாபம் மாறிலி ரூ. D இனால் அதிகரித்தல் வேண்டும். 2020 தொடக்கம் 2029 வரையுள்ள 10 ஆண்டுகளில் மொத்த இலாபம் இரு திட்டங்களுக்கும் சமமாக இருக்குமாறு D இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

15. $A \equiv (1, a)$, $B \equiv (-3, b)$, $M \equiv (c, 1)$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a, b, c \in \mathbb{R}$ உம் M ஆனது AB இன் நடுப்புள்ளியும் ஆகும்.

c இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு புள்ளி $C \equiv (a-2, b-1)$ ஆனது கோடு $l: x + y + 1 = 0$ மீது இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

AB ஆனது l இற்குச் சமாந்தரமெனத் தரப்பட்டுள்ளது.

a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

a, b, c ஆகியவற்றுக்கான மேற்குறித்த பெறுமானங்களுடன்

(i) $ABCD$ ஓர் இணைகரமாக இருக்கத்தக்கதாகப் புள்ளி D இன் ஆள்கூறுகள்

(ii) இணைகரம் $ABCD$ இன் பரப்பளவு

ஆகியவற்றைக் காண்க.

m ஆனது கோடு $2x + y = 3$ எனக் கொள்வோம். l, m ஆகியவற்றின் வெட்டுப் புள்ளியினூடாகச் செல்லும் BD இற்குச் செங்குத்தான கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

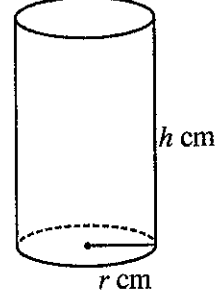
[பக். 9 ஐப் பார்க்க

16. (*a*) $\lim_{x\to 2} \frac{(x^2-4)^3}{(x-2)} \cdot \frac{2}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)^2}$ ஐப் பெறுமானங் கணிக்க.

(*b*) பின்வரும் ஒவ்வொன்றையும் x ஐக் குறித்து வகையிடுக.

(i) $\frac{3x^2+1}{x^2+3}$ (ii) $x^8 \ln x + \frac{(x+1)}{\ln x}$ (iii) $\sqrt{(e^{2x}+1)^2+1}$

(*c*) 128π cm^3 கனவளவுள்ள ஓர் அடைத்த உருளைவடிவப் பாத்திரத்தை அமைக்க வேண்டியுள்ளது. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு அதன் ஆரை r cm எனவும் உயரம் h cm எனவும் கொள்வோம். $r > 0$ இற்குப் பாத்திரத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு S cm^2 ஆனது $S = 2\pi\left(r^2 + \frac{128}{r}\right)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக. S இழிவளவாகும் r இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



17. (*a*) **பகுதிப் பின்ன** முறையைப் பயன்படுத்தி, $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)^2}\,dx$ ஐக் காண்க.

(*b*) **பகுதிகளாகத் தொகையிடல் முறையைப்** பயன்படுத்தி, $\int x\left(e^x + 2e^{2x}\right)dx$ ஐக் காண்க.

(*c*) பின்வரும் அட்டவணையில் 0 இற்கும் 1 இற்குமிடையே, நீளம் 0.25 ஆகவுள்ள ஆயிடைகளில் x இன் பெறுமானங்களுக்குச் சார்பு $f(x) = xe^{x^2}$ இன் பெறுமானங்கள் மூன்று தசம தானங்களுக்குச் சரியாகத் தரப்பட்டுள்ளன.

x	0	0.25	0.5	0.75	1
$f(x)$	0	0.266	0.642	1.316	2.718

சிம்சனின் நெறியைப் பயன்படுத்தி $I = \int_0^1 xe^{x^2}\,dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து, e இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

* * *

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021 (2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021 (2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021 (2022)

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண் | | | | | | | |

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் **1 - 10**), பகுதி **B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.

※ பகுதி **A :**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ பகுதி **B :**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி **A** இன் விடைத்தாளானது பகுதி **B** இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் பகுதி **B** ஐ மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

※ புள்ளிவிவர அட்டவணைகள் வழங்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(07) கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
பரிசீலித்தவர்: 2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

பகுதி A

1. $\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & b^2+ab \\ a^2+ab & b^2 & ab \\ ab & 2b^2 & b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^4$ எனக் காட்டுக; இங்கு $a, b \in \mathbb{R}$.

2. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம். $\mathbf{AB}, \mathbf{A(2B - C)}$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

$\mathbf{2AB - AC = A(2B - C)}$ என வாய்ப்புப் பார்க்க.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

3. 5 நாட்களின் தினசரி மழைவீழ்ச்சி அளவீடுகள் அவதானிக்கப்பட்டன. இவ்வளவீடுகளின் கூட்டுத்தொகையும் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகையும் முறையே 45 ml , 650 ml^2 ஆகும். மழைவீழ்ச்சி அளவீடுகளின் இடையையும் நியம விலகலையும் காண்க.
அடுத்த இரு நாட்களினதும் தினசரி மழைவீழ்ச்சி அளவீடுகளும் அவதானிக்கப்பட்ட அதேவேளை அப்பெறுமானங்கள் 10 ml , 8 ml ஆகும். இடையின் புதிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

1411

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. 200 பக்கங்கள் உள்ள ஒரு புத்தகத்தில் 20 அச்சுப் பிழைகள் இருக்கும் அதேவேளை இப்பிழைகள் எழுமாற்றாகப் பரம்பியுள்ளன. ஒரு பக்கத்தில் உள்ள பிழைகளின் எண்ணிக்கை ஒரு புவசோன் பரம்பலை உடையது. எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படும் 10 பக்கங்களில் ஒரு பிழை மாத்திரம் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

5. ஒரு கம்பனியின் ஊழியர்களின் ஆயிரம் ரூபாய்களிலான மாதச் சம்பளம் இடை 80 உடனும் நியம விலகல் 25 உடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது. கம்பனி சம்பளங்களின் குறைந்த 10% ஐப் பெறும் ஊழியர்களுக்கு இலவசப் போக்குவரத்து வசதிகளை வழங்குகின்றது. இலவசப் போக்குவரத்து வசதிகளைப் பெறும் தகுதியுள்ள ஊழியர்கள் உழைக்கும் மிகக் கூடுதலான சம்பளத்தைக் காண்க.

6. ஒரு குறித்த வகைச் சேய்மைக் கட்டுப்படுத்தியில் 15% ஆனவை உற்பத்தி செய்யப்பட்டு முதலாம் ஆண்டின்போது தொழிற்படத் தவறுகின்றனவென ஓர் அளவையீட்டு அறிக்கை குறிப்பிடுகின்றது. அவ்வகையிலான 5 சேய்மைக் கட்டுப்படுத்திகள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டால்,

(i) அவற்றில் 3 முதலாம் ஆண்டின்போது தொழிற்படாமல் இருப்பதற்கான

(ii) அவற்றில் 2 இற்கு மேற்பட்டவை முதலாம் ஆண்டின்போது தொழிற்படாமல் இருப்பதற்கான

நிகழ்தகவைக் காண்க.

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. ஒருவர் தான் விண்ணப்பித்த முதலாம் தொழிலையும் இரண்டாம் தொழிலையும் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $0.5, 0.3$ ஆகும். அவர் விண்ணப்பித்த இரு தொழில்களையும் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.4 ஆகும்.

(i) அவர் தான் விண்ணப்பித்த தொழில்களில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றைப் பெறுவதற்கான

(ii) அவர் விண்ணப்பித்த முதலாம் தொழிலைப் பெற்றாரெனத் தரப்படும்போது அவர் விண்ணப்பித்த இரண்டாம் தொழிலைப் பெறுவதற்கான

நிகழ்தகவைக் காண்க.

8. A, B ஆகியன $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(A'\cap B)=\frac{1}{2}$, $P(B|A)=\frac{4}{5}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள ஒரு மாதிரி வெளி S இன் இரு நிகழ்வுகளெனக் கொள்வோம். (i) $P(A\cup B)$, (ii) $P(A\cap B)$, (iii) $P(B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

9. கடந்தகால அறிக்கைகளுக்கேற்ப ஒரு வகுப்பிற்குத் தாமதமாக வந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை X இன் நிகழ்தகவுப் பரம்பல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

k	0	1	2	3	4
$P(X=k)$	p	0.3	$3p$	0.2	p

மாறிலி p இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, $E(X) = 1.9$ எனக் காட்டுக.

Y ஆனது $2X+3$ இனால் தரப்படும் எழுமாற்று மாறியெனக் கொள்வோம். $E(Y)$ ஐக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} 2ax - 3bx^2 & , \quad 0 \le x \le 1 \text{ எனின்} \\ 0 & , \quad \text{அவ்வாறு இல்லாதபோது} \end{cases}$$

இனால் தரப்படும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ ஐக் கொண்டுள்ளது; இங்கு a , b ஆகியன மாறிலிகளாகும். $E(X^2) = \frac{1}{4}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

**

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

அධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07 T II

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. ஒரு பேரங்காடி அடிப்படை, நியமம், ஆடம்பரம் என்னும் மூன்று வகைப் பரிசுக் கூடைகளைத் தயாரிக்கின்றது.
ஒவ்வோர் அடிப்படைப் பரிசுக் கூடையிலும் 6 பொதிகள், 9 போத்தல்கள், 6 ரின்கள் வீதமும்
ஒவ்வொரு நியமப் பரிசுக் கூடையிலும் 9 பொதிகள், 6 போத்தல்கள், 8 ரின்கள் வீதமும்
ஒவ்வோர் ஆடம்பரப் பரிசுக் கூடையிலும் 9 பொதிகள், 9 போத்தல்கள், 10 ரின்கள் வீதமும் உள்ளன.

ஒவ்வொரு நாளும் பேரங்காடி குறைந்தபட்சம் 720 பொதிகளையும் குறைந்தபட்சம் 720 போத்தல்களையும் பயன்படுத்த வேண்டிய அதேவேளை பயன்படுத்தத்தக்க ரின்களின் உயர்ந்தபட்ச எண்ணிக்கை 900 ஆகும்.

ஒரு குறித்த நாளில் பேரங்காடி நியமப் பரிசுக் கூடைகளையும் ஆடம்பரப் பரிசுக் கூடைகளையும் சம எண்ணிக்கையில் தயாரிக்கின்றது.

பேரங்காடி ஒவ்வொரு அடிப்படை, நியம, ஆடம்பரப் பரிசுக் கூடையிலிருந்தும் முறையே ரூ. 100, ரூ. 200, ரூ. 500, இலாபத்தைப் பெற்றும் மொத்த இலாபத்தை உயர்ந்தபட்சமாக்குவதற்கு விரும்பியும் இருப்பின்,

(i) இதனை ஓர் ஏகபரிமாண நிகழ்ச்சித்திட்டப்படுத்தற் பிரசினமாகச் சூத்திரிக்க.

(ii) இயல்தகவுப் பிரதேசத்தைப் பரும்படியாக வரைக.

(iii) வரைபு முறையைப் பயன்படுத்தி மேலே (i) இற் சூத்திரித்த பிரசினத்தின் தீர்வைக் காண்க.

12. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 2 & b & 0 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

$\mathbf{AA^T}$ ஐ a, b ஆகியவற்றிற் காண்க.

$\mathbf{AA^T} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ எனின், $a = 1$ எனவும் $b = 2$ எனவும் காட்டுக.

$\mathbf{C} = \mathbf{AA^T} - 8\mathbf{I}$ எனக் கொள்வோம். $\mathbf{C}^{-1}$ ஐக் காண்க.

$\mathbf{CD} = 8\mathbf{C} + \mathbf{I}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாகத் தாயம் $\mathbf{D}$ ஐக் காண்க; இங்கு $\mathbf{I}$ ஆனது வரிசை 2 இன் சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

(*b*) $a, b \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம்.

$$ax + (b-1)y = 2$$
$$x - y = -4$$

என்னும் ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடியை வடிவம் $\mathbf{PX} = \mathbf{Q}$ இல் எழுதுக; இங்கு $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ உம் $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய தாயங்களும் ஆகும்.

$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ஆனது $\mathbf{PX} = \mathbf{Q}$ இன் ஒரு தீர்வெனத் தரப்பட்டுள்ளது. $b = a + 2$ எனக் காட்டுக.

மேற்குறித்த சமன்பாட்டுச் சோடிக்கு

(i) $a \neq -\frac{1}{2}$ ஆக இருக்கும்போது ஓர் ஒருதனியான தீர்வு இருக்கின்றது எனவும்

(ii) $a = -\frac{1}{2}$ ஆக இருக்கும்போது முடிவின்றிப் பல தீர்வுகள் இருக்கின்றன எனவும்

காட்டுக.

13. (*a*) இரு கோடாத நாணயங்களும் ஒரு கோடாத தாயக்கட்டையும் மேலே எறியப்படுகின்றன. இரு நாணயங்களிலும் தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்வு A எனவும் தாயக்கட்டையில் ஓர் இரட்டை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்வு B எனவும் கொள்வோம்.
$P(A), P(B), P(A \cup B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

(*b*) முதலாம் இலக்கமும் இரண்டாம் இலக்கமும் முறையே $3, 5$ ஆகவும் எவ்விலக்கமும் திரும்ப வராமலும் இருக்கத்தக்கதாக எத்தனை 6 இலக்கத் தொலைபேசி எண்களை உருவாக்கலாம்? இத்தொலைபேசி எண்களில் எத்தனை ஓர் ஒற்றை இலக்கத்துடன் முடிவடைகின்றன?

(*c*) ஒரு குழுமத்தில் 8 ஆண்களும் 10 பெண்களும் உள்ளனர். இக்குழுமத்திலிருந்து

(i) 5 ஆண்களையும் 6 பெண்களையும்

(ii) குறைந்தபட்சம் 3 ஆண்கள் உள்ள 6 உறுப்பினர்களைக்

கொண்ட ஒரு குழுவை எத்தனை வழிகளில் அமைக்கலாம்?

14. ஒரு பெட்டியில் நிறத்தைத் தவிர எல்லா விதங்களிலும் சர்வசமனான 3 பச்சைநிறப் பந்துகளும் 2 நீலநிறப் பந்துகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து ஒரு பந்து எழுமாற்றாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றது. வெளியே எடுத்த பந்து பச்சைநிறப் பந்தெனின், அதனைப் பிரதிவைப்புச் செய்யாமல் 2 வேறு நீலநிறப் பந்துகள் பெட்டியில் சேர்க்கப்படும் அதேவேளை வெளியே எடுத்த பந்து நீலநிறப் பந்தெனின் 2 வேறு பச்சைநிறப் பந்துகள் பெட்டியில் சேர்க்கப்படுகின்றன. இப்போது ஓர் இரண்டாம் பந்து எழுமாற்றாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றது.

(i) வெளியே எடுத்த இரு பந்துகளும் பச்சைநிறப் பந்துகளாக இருப்பதற்கான

(ii) வெளியே எடுத்த பந்துகளில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றேனும் பச்சைநிறப் பந்தாக இருப்பதற்கான

(iii) வெளியே எடுத்த பந்துகளில் ஒன்று பச்சைநிறப் பந்தெனத் தரப்படும்போது வெளியே எடுத்த இரு பந்துகளும் பச்சைநிறப் பந்துகளாக இருப்பதற்கான

(iv) வெளியே எடுத்த பந்துகள் வெவ்வேறு நிறங்களைக் கொண்டிருப்பதற்கான

நிகழ்தகவைக் காண்க.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

15. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி Y ஆனது

$$f(y)=\begin{cases} \lambda e^{-\lambda y}, & y>0 \\ 0, & \text{அவ்வாறு இல்லாதபோது} \end{cases}$$

இன் மூலம் தரப்படும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(y)$ உள்ள ஓர் அடுக்குக்குறிப் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது; இங்கு பரமானம் $\lambda>0$.

Y இன் இடை, மாறற்றிறன், திரள் அடர்த்திச் சார்பு ஆகியவற்றைக் காண்க.

ஒரு நோயாளிக்குச் சிகிச்சையளிப்பதற்கு ஒரு மருத்துவர் எடுக்கும் நேரம் இடை 10 நிமிடங்களுடன் அடுக்குக்குறிமுறையாகப் பரம்பியுள்ளதெனக் கொள்வோம். பின்வரும் ஒவ்வொன்றையும் காண்க. (விடைகளைச் சுருக்க வேண்டியதில்லை.)

(i) மருத்துவர் ஒரு நோயாளிக்குச் சிகிச்சையளிப்பதற்கு எடுக்கும் நேரத்தின் 50 ஆவது சதமணை.

(ii) மருத்துவர் ஒரு நோயாளிக்குச் சிகிச்சையளிப்பதற்கு 8 நிமிடங்களுக்கு மேற்பட்ட நேரத்தை எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

(iii) மருத்துவர் ஒரு நோயாளிக்குச் சிகிச்சையளிப்பதற்கு ஏற்கெனவே 10 நிமிடங்களுக்கு மேற்பட்ட நேரத்தைச் செலவிட்டிருந்தால், அவர் இந்நோயாளிக்கு 15 நிமிடங்களிலும் குறைந்த நேரத்தில் சிகிச்சையளித்து முடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

16. (*a*) ஒரு மாதத்தில் ஒரு வகுப்பிற்கு வராத மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் மீடிறன் பரம்பல் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்படுகின்றது.

வராத மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	நாட்களின் எண்ணிக்கை
1 – 3	15
4 – 6	12
7 – 9	10
10 – 12	5
13 – 15	2

இப்பரம்பலின் இடை, ஆகாரம், இடையம் ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

(*b*) நாவிதர் ஒருவர் ஒரு வாடிக்கையாளரின் தலைமயிரை வெட்டுவதற்கு எடுக்கும் நேரம் இடை 20 நிமிடங்களுடனும் நியம விலகல் 5 நிமிடங்களுடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது.

(i) நாவிதர் வாடிக்கையாளரின் தலைமயிரை வெட்டுவதற்கு

(*a*) 25 நிமிடங்களிலும் கூடுதலான நேரத்தை

(*b*) 25 நிமிடங்களுக்கும் 30 நிமிடங்களுக்கும் இடைப்பட்ட ஒரு நேரத்தை

எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) அவர் 5 வாடிக்கையாளர்களுக்கு 2 மணித்தியாலங்களிலும் (120 நிமிடங்களிலும்) குறைந்த நேரத்தில் சேவையளிப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

[பக். 10 ஐப் பார்க்க

17. ஒரு செயற்றிட்டத்தின் செயற்பாடுகளுக்கு எடுக்கும் காலமும் செயற்பாடுகளின் பாய்ச்சல்களும் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

செயற்பாடு	முற்பட்ட செயற்பாடு (செயற்பாடுகள்)	காலம் (மாதங்கள்)
A	–	3
B	A	6
C	A	7
D	A	5
E	B, C	13
F	C, D	8
G	D, F	11
H	G, E	6
I	H	2

(i) செயற்பாட்டு வலையமைப்பை அமைக்க.

(ii) ஒவ்வொரு செயற்பாட்டுக்கும் முந்திய தொடக்க நேரம், முந்திய முடிப்பு நேரம், பிந்திய தொடக்க நேரம், பிந்திய முடிப்பு நேரம், மிதப்பு ஆகியவற்றைக் காட்டும் ஒரு செயற்பாட்டு அட்டவணையைத் தயாரிக்க.

(iii) செயற்றிட்டத்திற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரத்தைக் காண்க.

(iv) செயற்றிட்டத்தின் அவதிப் பாதையை எழுதுக.

(v) செயற்றிட்டத்திற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரத்தை நீட்டிக்காமல் தாமதிக்கப்படத்தக்க செய்றபாடுகள் யாவை?

(vi) செயற்றிட்டத்தை முடிக்கும் காலத்தைப் பின்வரும் ஒவ்வொன்றும் எங்ஙனம் பாதிக்கும்?

(*a*) செயற்பாடு F ஆனது 2 மாதங்களினால் தாமதமடைதல்.

(*b*) செயற்பாடு E ஆனது 1 மாதத்தினால் தாமதமடைதல்.

* * *